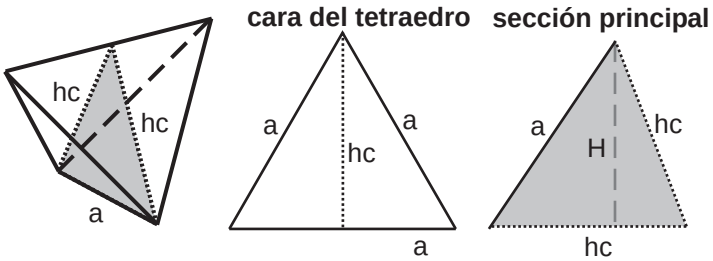
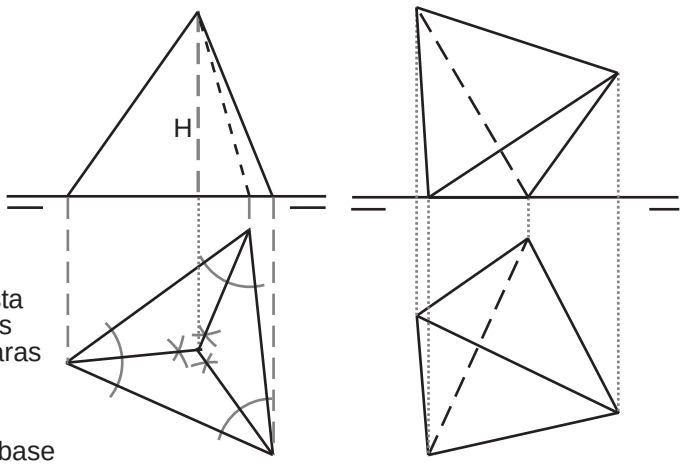
EL TETRAEDRO REGULAR

El tetraedro regular es un poliedro convexo que tiene cuatro triangulos equiláteros como caras, cuatro vértices y seis aristas. Conociendo su sección principal podemos construirlo conociendo solo algunos de us datos como pueda ser la arista, ya que conociendo la arista podemos dibujar una de sus caras y a partir de ella su sección principal.





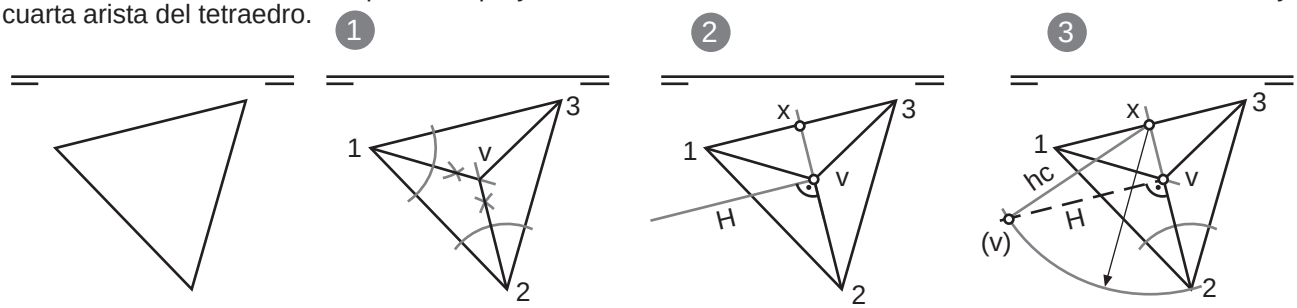
Arriba observamos un tetraedro regular apoyado en una arista con su sección principal determinada por esta arista (a) y dos alturas de cara (hc), a la derecha un dibujo de una de sus caras y en tercer lugar la sección principal que revela la altura del tetraedro (H).

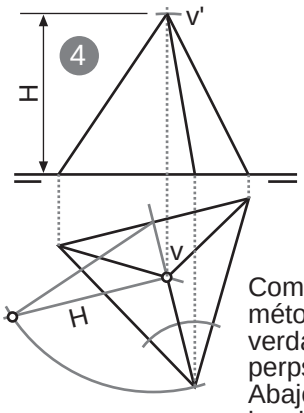
A la derecha vemos, en el primer dibujo, como a partir de la base apoyada en PH, podemos dibujar en PH también el vértice superior trazando dos bisectrices. A partir de ahí empleando la sección principal de la izquierda hemos hallado la cota de dicho vértice a partir tomando la medida de H.

En tercer lugar, a modo anecdótico, vemos un tetraedro regular apoyado en PH de proyección sobre una de sus aristas.

Dada la base de un tetraedro regular apoyado en PH de proyección completar la proyección horizontal y dibujar la PV del poliedro.

1º- Determinamos el vértice superior en proyección horizontal. Bata con trazar dos bisectrices o dos alturas y trazar la cuarta arista del tetraedro.

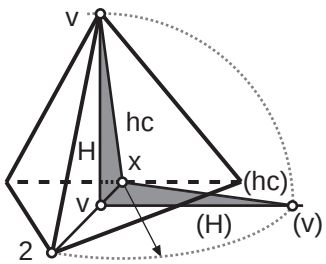




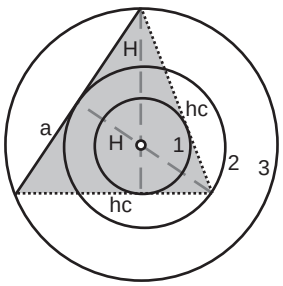
2º- En la PH prolongamos una de las aristas, 2-v, hasta cortar a la opuesta en la base, 1-3, en el punto x. A partir del vértice superior v trazamos una perpendicular a esa arista.

3º- Con centro en x y radio la altura de la cara (x-2) trazamos un arco que corta a la anterior perpendicular en (v). La distancia (v)-v es la altura H del tetraedro.

4º- Subimos los puntos a PV.

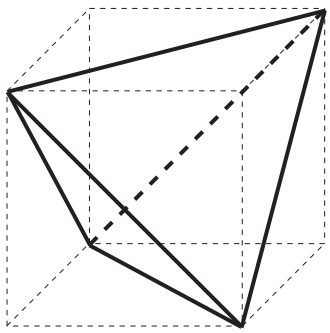


Como se muestra en la ilustración en caballera arriba a la derecha, lo que hemos hecho con este método es abatir el triángulo v-x-v sobre el PH para observar H (altura total del tetraedro) en verdadera magnitud. Este paso no es más que una abreviación de la sección principal que en la perpspectiva sería v-x-2.
Abajo a la derecha vemos como podemos inscribir en un cubo el tetraedro trazando algunas de las diagonales de la cara del cubo siguiendo una pauta concreta.



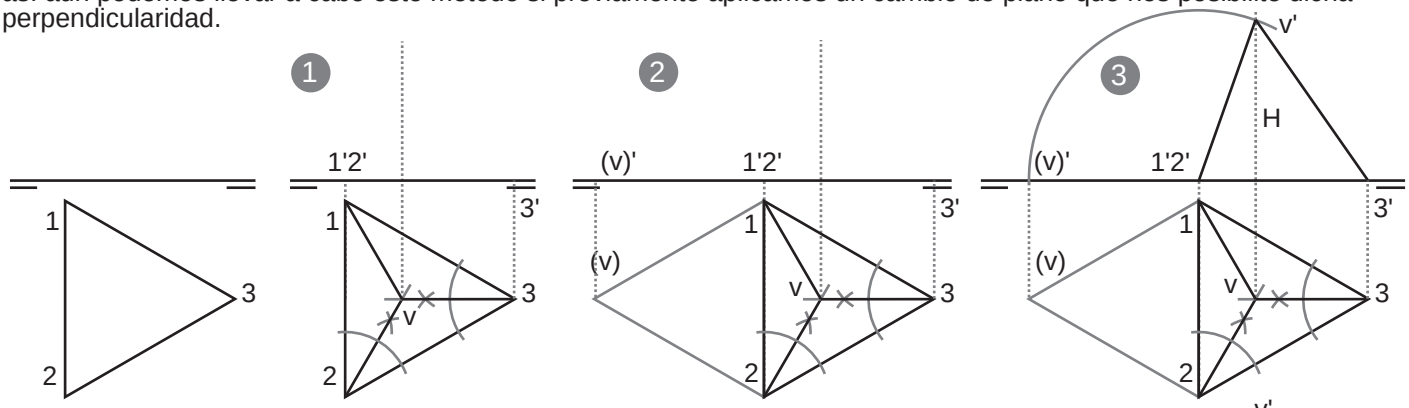
A la izquierda vemos como a partir de la sección principal hemos podido representar con circunferencias (contornos aparentes) las siguientes esferas en relación al tetraedro:

1- Esfera tangente a las caras, esfera inscrita en el tetraedro. Su radio tiene una cuarta parte de la altura total (H/4) del tetraedro.
2- Esfera tangente a las aristas (es secante al tetraedro), su radio es igual a media altura del tetraedro (H/2).
3- Esfera circunscrita, tangente a los vértices del tetraedro, su radio es igual a tres cuartas partes de la altura total del tetraedro (3H/4)

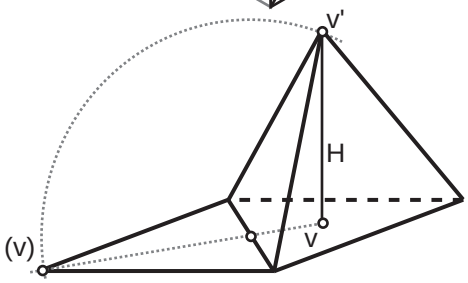


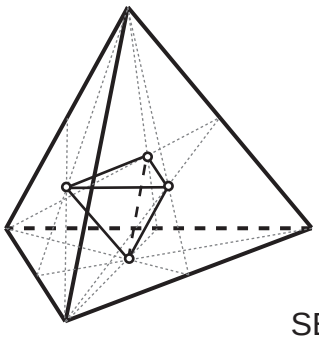
Dada la base de un tetraedro regular apoyado en PH de proyección, con una de sus aristas perpendicular a LT, completar la proyección horizontal y dibujar la PV del poliedro.

Para aplicar este método es necesario contar con una de las aristas apoyadas sobre PH perpendicular a LT, de no ser así aun podemos llevar a cabo este método si previamente aplicamos un cambio de plano que nos posibilite dicha perpendicularidad.



1º- Dibujamos la totalidad del tetraedro en PH, subimos a PV los vértices de la base 1',20 y 3'. Levantamos la perpendicular a LT por v. Necesitamos saber la altura.
2º- Representamosla cara 1-2-v abatida sobre PV, se trata de un triángulo equilátero. empleando como charnela la arista 1-2. reporesentamos el vertice v abatido en proyección vertical sobre la LT (v)'.
3º, con centro en 1'-2' y radio hasta (v)' trazamos un arco que corta a la perpendicular a LT por v. obteniendo la PV de v y así la altura del tetraedro regular pudiendo representarlo de este modo en PV.





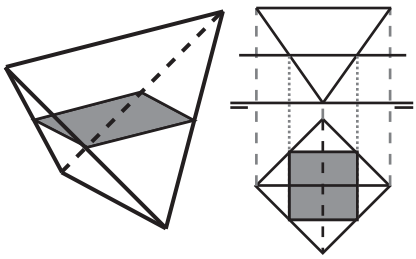
POLIEDRO CONJUGADO

Un poliedro conjugado es aquel cuyo número de caras de es igual al número de vértices de otro y viceversa. Según el teorema de Euler deben tener, el mismo número de aristas.

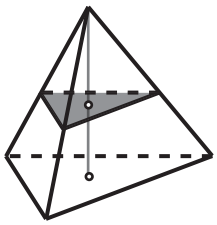
EL TETRAEDRO ES EL CONJUGADO DE SI MISMO

Ya que tiene 4 caras y cuatro vértices. Por ello se dice que el tetraedro es un poliedro autoconjugado.
Además los poliedros conjugados pueden ser inscritos unos dentro de otros. De este modo son el resultado de unir los centros de las caras. Es decir, los centros de las caras de unos son los vértices de su conjugado inscrito.

SECCIONES IMPORTANTES A UN TETRAEDRO

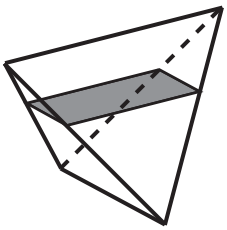


SECCIÓN CUADRADA:
Si cortamos el tetraedro con un plano que pasa por los puntos medios de todas las aristas menos de dos opuestas entre sí, el plano que secciona será paralelo a dichas aristas. Obtenemos una sección cuadrada paralela a ambas aristas opuestas sin cortar.

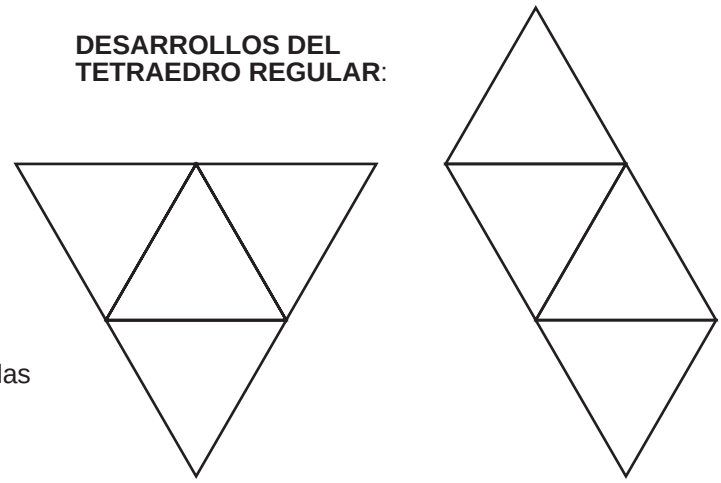


SECCIÓN TRIANGULAR:
Obtendremos un triángulo equilátero si cortamos el tetraedro con un plano perpendicular a cualquiera de las alturas totales del tetraedro.

SECCIÓN RECTANGULAR:
Si cortamos el tetraedro con un plano perpendicular a la mínima distancia entre aristas exceptuando si lo corta pro su punto medio, el plano que secciona será paralelo a dichas aristas. Obtenemos una sección rectangular paralela a ambas aristas opuestas sin cortar.



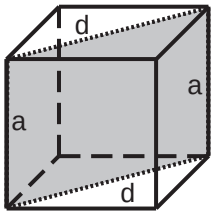
DESARROLLOS DEL TETRAEDRO REGULAR:



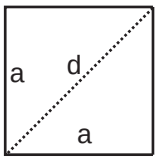
A la derecha vemos dos posibles maneras de disponer las caras triangulares para el desarrollo de este poliedro.

EL HEXAEDRO REGULAR O CUBO

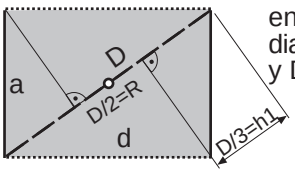
El tetraedro regular es un poliedro convexo que tiene seis cuadrados como caras, ocho vértices y doce aristas. Conociendo su sección principal podemos construirlo conociendo solo algunos de us datos como pueda ser su diagonal. El trazado de un tetraedro no suele traer problemas, siempre dependiendo de los datos y su disposición, gracias al paralelismo y perpendicularidad existentes entre sus aristas y sus caras.



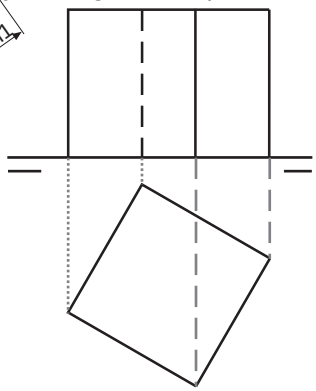
cara del cubo

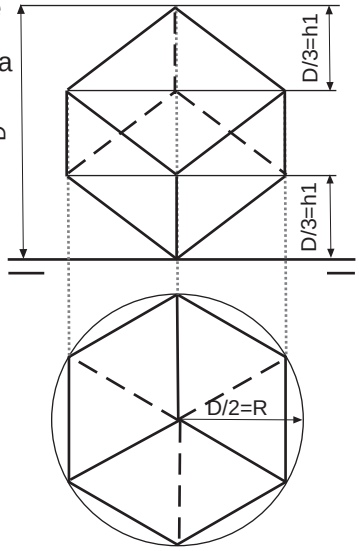


sección principal



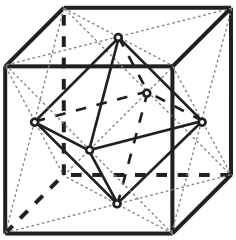
En el cubo cabe señalar que encontramos dos tipos de diagonales; d: diagonal de cara y D:Diagonal del poliedro.





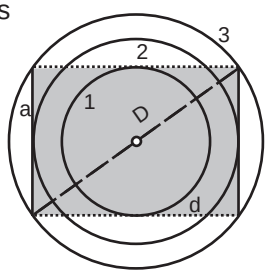
Sobre estas lineas una perspectiva del cubo con su sección principal. A su derecha la representación de una de sus caras con su diagonal (d:diagonal de cara). Y a la derecha de esta la sección principal del cubo con la diagonal, D del poliedro contenida en esta. Vemos como a partir de los vértices que no contienen a la diagonal señalada, trazando perpendiculares a esta obtenemos las alturas de los vértices cuando el cubo se apoya sobre la diagonal perpendicular al plano de apoyo. También vemos como está señalado el punto medio de la diagonal del hexaedro, el cual es el centro de la esfera dircunscrita al poliedro.

A la derecha vemos dos representaciones del cubo en sistema diédrico.
En la primera de ellas el cubo se apoya sobre una de sus caras y se encuentra dispuesto de forma oblicua en relación al PV de proyección. En cualquier caso, cuando el cubo se apoya sobre PH de proyección las aristas que parten de la base de apoyo son rectas verticales que muestran su perpendicularidad y su verdadera magnitud en PV de proyección, lo cual simplifica sobremanera la representación del poliedro.
A la derecha vemos el cubo apoyado sobre uno de sus vértices y con la diagonal del poliedro perpendicular a PH de proyección. De este modo apreciamos como el contorno aparente del cubo en pproyección horizontal es un hexágono regular inscrito en una circunferencia (que representa el contorno aparente de la esfera circunscrita) de radio la mitad de la diagonal. En proyección vertical observamos como los vértices se disponen en tres aluras que pueden ser halladas en la sección principal del modo expuesto.



POLIEDRO CONJUGADO

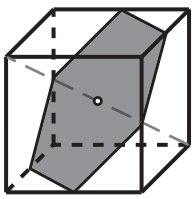
Mientras el cubo cuenta con seis caras el octaedro cuenta con seis vértices. El cubo y el octaedro tienen 12 aristas.
Si determinamos los centros de las caras del cubo (trazando las dos diagonales de cada cuadrado) y unimos los puntos conseguimos un octaedro inscrito en el hexaedro.
De igual modo, a la inversa, sucederá cuando hagamos lo mismo con las caras del octadro.

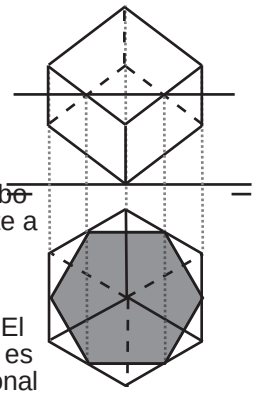


A la derecha vemos como a partir de la sección principal hemos podido representar con circunferencias (contornos aparentes) las siguientes esferas en relación al cubo:

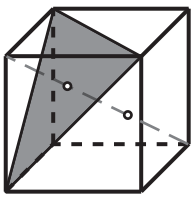
1- Esfera tangente a las caras, esfera inscrita en el hexaedro regular. Su radio equivale a la mitad de la arista (a/2).
2- Esfera tangente a las aristas (es secante al cubo), su radio es igual a la mitad de la diagonal de cara (d/2).
3- Esfera circunscrita, tangente a los vértices del cubo, su radio es igual a la mitad de la diagonal del poliedro (1/D)

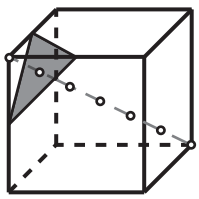
SECCIONES IMPORTANTES A UN TETRAEDRO





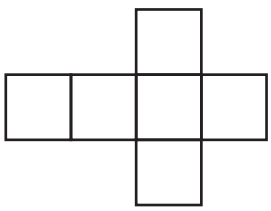
Seccionando el cubo perpendicularmente a la diagonal por su punto medio obtenemos un hexágono regular. El lado del hexágono es la mitad d ela diagonal de cara.

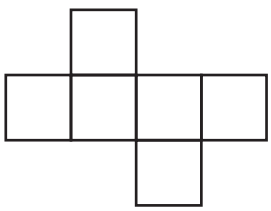




Seccionando el cubo por un plano perpendicular a su diagonal a una trecera parte de esta obtenemos un triángulo equilátero que comparte los vértices con el cubo.
Si el plano pasa a un sexto de la diagonal el triángulo pasara por el punto medio de las aristas.

DESARROLLOS

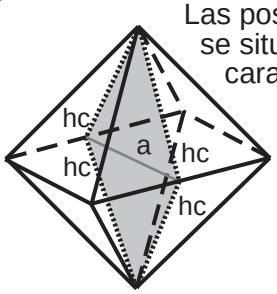




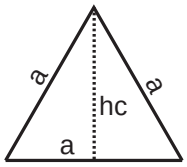
EL OCTAEDRO REGULAR

El octaedro regular es un poliedro convexo que tiene ocho triángulos equiláteros como caras, seis vértices y doce aristas. Conociendo su sección principal podemos construirlo conociendo solo algunos de sus datos.

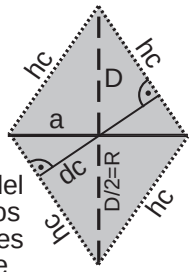
Las posiciones más características del octaedro son aquella en la que la diagonal principal se situa perpendicular al plano de apoyo (PH de proyección en sistema diédrico) y con una cara apoyada sobre dicho plano.



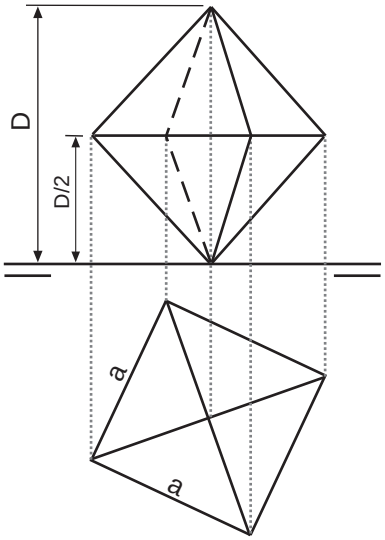
cara del octaedro



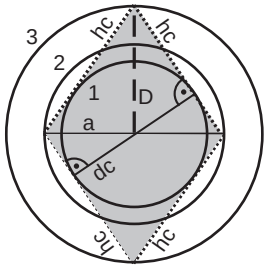
sección principal

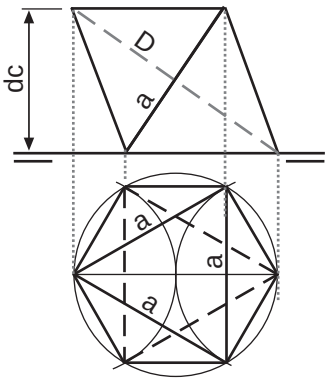


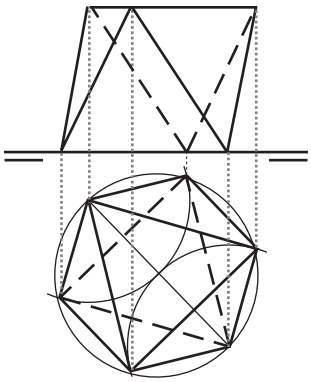
La sección principal es un rombo que tiene a la arista por diagonal menor y a la Diagonal principal del poliedro por diagonal mayor.
Los lados del rombo se corresponden con la altura de la cara triangular del poliedro.



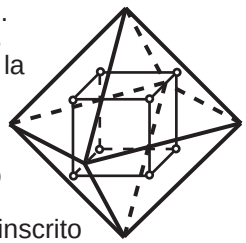
Abajo a la izquierda vemos dos ilustraciones del octoedro apoyado en una de sus caras. Vemos como el contorno aparente para estos casos es un hexágono inscrito en una circunferencia de radio la mitad de la diagonal principal. Dicha circunferencia representa a la esfera circunscrita al poliedro.
Abajo a la derecha se ha girado el octaedro en relación con el PV de proyección.







Sobre estas lineas, a la izquierda vemos laas esferas tangentes al octaedro:
1- Esfera inscrita o tangente a las caras del poliedro, su radio equivale a la mitad de la distancia entre caras (dc/2).
2- Esfera tangente a las aristas, es secante al poliedro, su radio es igual a la mitad de la arista (a/2).
3- Esfera circunscrita, que contiene a los vértices del octaedro, su radio es igual a la mitad de la diagonal principal (D/2)

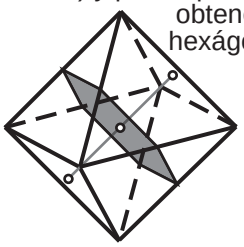


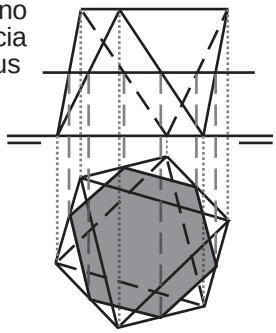
POLIEDRO CONJUGADO

Mientras el cubo cuenta con seis caras el octoedro cuenta con seis vértices. El cubo y el octoedro tienen 12 aristas.
Si determinamos los centros de las caras del octaedro y unimos los puntos conseguimos uncubo inscrito en el octaedro.

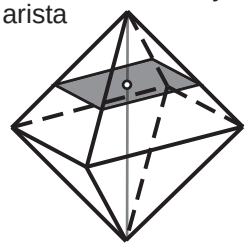
SECCIONES IMPORTANTES A UN OCTAEDRO

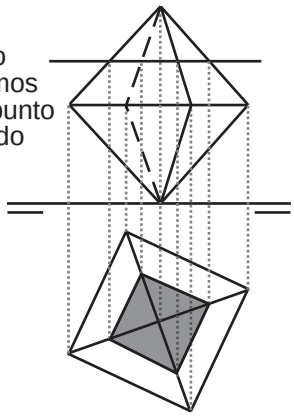
Si cortamos al octaedro por un plano perpendicular a la minima distancia entre caras (paralelo a dos de sus caras) y por su punto medio obtenemos un hexágono regular.





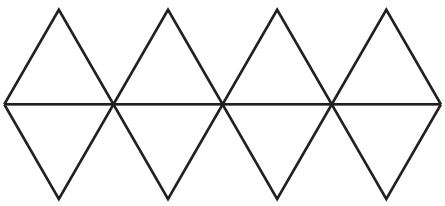
Si cortamos al octaedro por un plano perpendicular a su diagonal obtenemos un cuadrado como sección. Por su punto medio será la sección recta, cuyo lado equivale a la arista del poliedro.

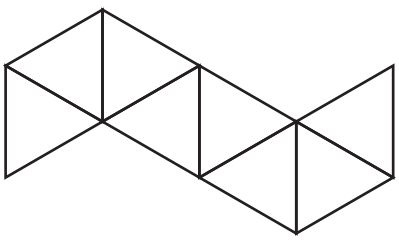


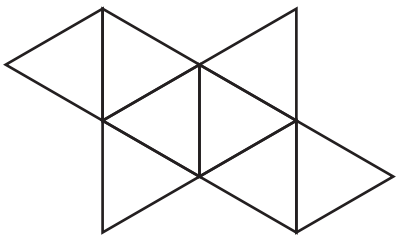


DESARROLLOS DEL OCTAEDRO

Cuanto mayor es el número de caras de un poliedro má son las posibilidades para desplegarlo sobre un plano.

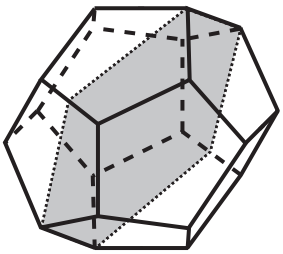




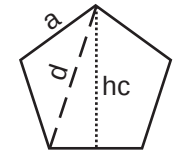


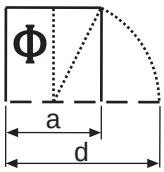
EL ICOSAEDRO

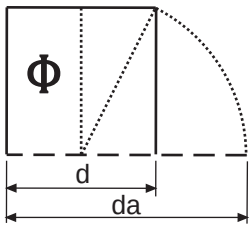
El dodecaedro regular es un poliedro convexo que tiene doce caras pentagonales como caras, veinte vértices y treinta aristas.

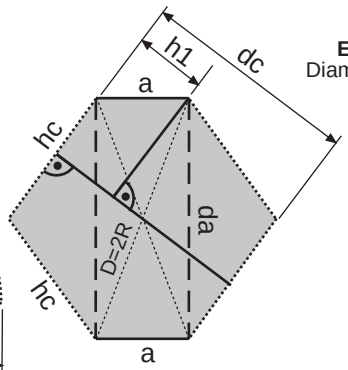


cara del dodecaedro



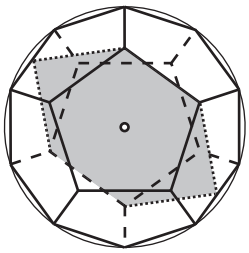


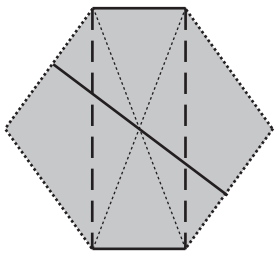


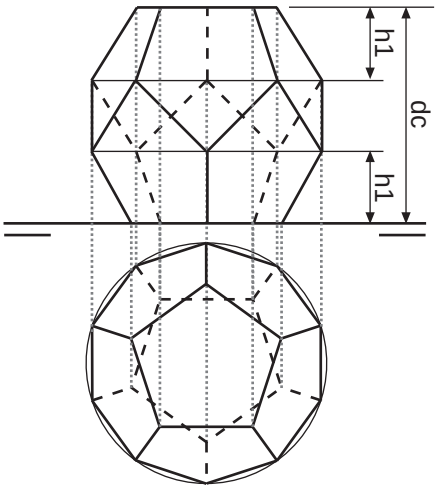


sección principal

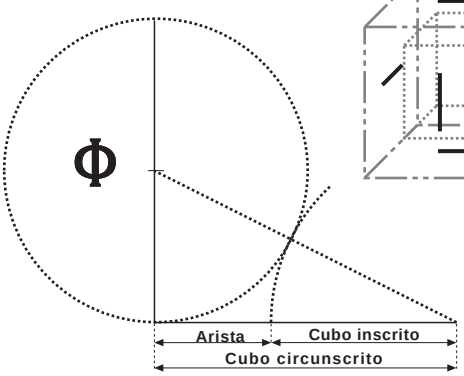
Esfera tangente a las aristas
Diametro=distancia entre aristas (da)

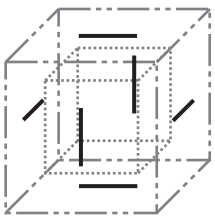


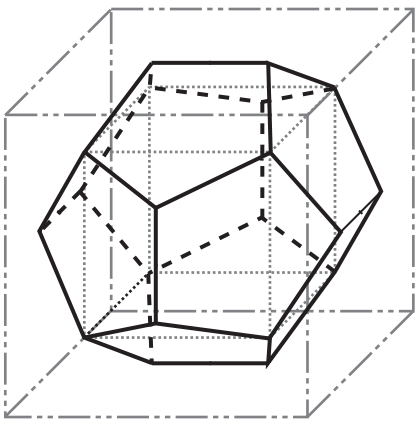


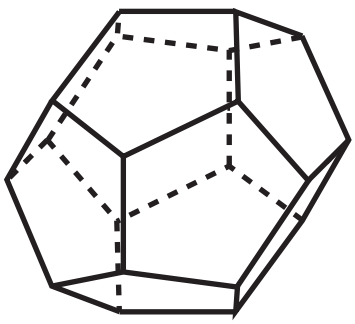


El dodecaedro a partir del cubo: proporción aurea





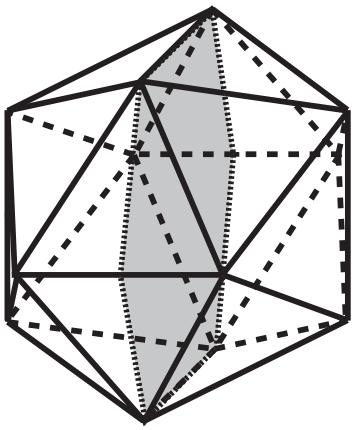


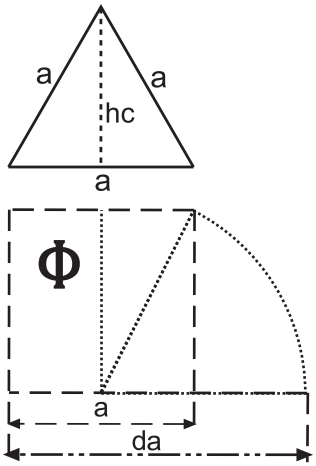


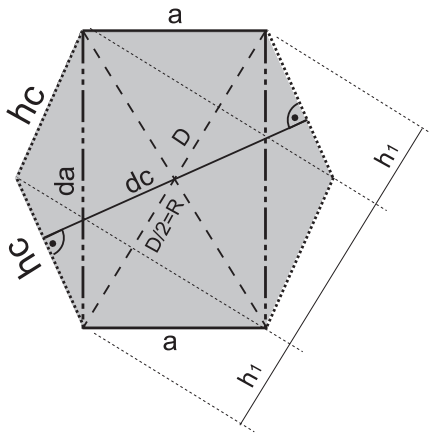
a	- arista		
d	- Diagonal de cara	H	- altura
hc	- altura de cara	h1	- altura de fila de vertices
da	- distancia entre aristas	D	- Diagonal mayor del poliedro
dc	- distancia entre caras	R	- Radio esfera circunscrita

EL ICOSAEDRO

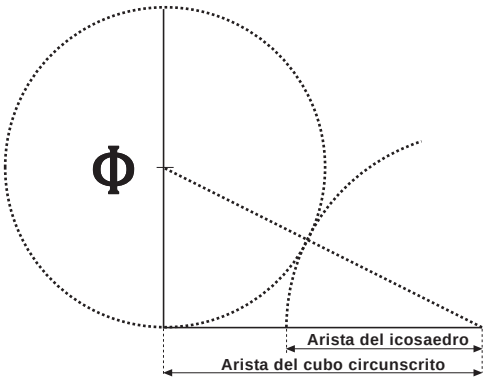
El icosaedro regular es un poliedro convexo que tiene veinte triángulos equiláteros como caras, doce vértices y cuarenta aristas.

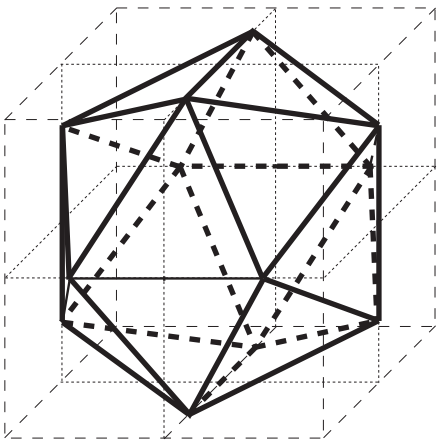


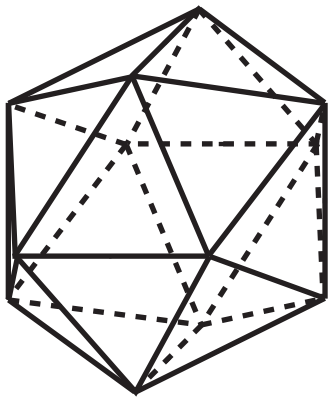




El icosaedro a partir del cubo: proporción aurea







NOTA: Estos dibujos están realizados en perspectiva caballera con escala de reducción 1/2

a	- arista		
d	- Diagonal de cara	H	- altura
hc	- altura de cara	h_1	- altura de fila de vertices
da	- distancia entre aristas	D	- Diagonal mayor del poliedro
dc	- distancia entre caras	R	- Radio esfera circunscrita